

文章编号: 0451-0712(2004)12-0028-04

中图分类号: U443.38

文献标识码: B

有限元法及样条拟合技术在频率法 测量索力中的应用

苏 成, 徐郁峰, 韩大建

(华南理工大学土木工程系 广州市 510640)

摘 要: 频率法测量索力的精度除依赖于高灵敏度的拾振技术外, 还取决于准确的索力、频率对应关系。目前多采用解析法来描述索力、频率的对应关系, 存在一定局限性。本文综合运用有限元法以及样条拟合技术来获取斜拉索索力与振动固有频率之间的关系, 并将其应用于崖门大桥斜拉索索力实测中。通过与其他方法的结果进行对比, 说明本文方法的正确性与实用性。

关键词: 频率法; 索力测量; 有限元法; 样条拟合

斜拉索是斜拉桥的主要承载部件。斜拉桥索力测量的准确与否是关系到斜拉桥施工控制能否顺利实施与斜拉桥能否成功修建的几个关键问题之一。在工程实践中, 常用的索力测定方法有压力表测定法、压力传感器测定法以及频率法。前两种方法一般仅适用于张拉斜拉索时的索力测定, 当需要对已张拉完毕的斜拉索进行索力复核时, 频率法几乎是唯一选择^[1]。

频率法测索力分三步进行: (1) 在环境激励下利用加速度传感器拾取斜拉索的随机振动信号, 然后通过频域分析获取斜拉索的频谱图, 据此识别出斜拉索的各阶振动固有频率; (2) 通过理论分析(解析法与有限元法)与现场标定, 获取斜拉索索力与振动固有频率之间的对应关系; (3) 把实测频率代入上述关系中, 得到实测索力。可见, 频率法测索力是一种间接方法, 频率法的精度取决于高灵敏度拾振技术以及准确的索力、频率对应关系。

斜拉索固有频率的实测技术详见于文献[2, 3]。在索力与频率之间关系的研究方面, 目前大多采用解析法, 也就是根据一定边界条件下索自由振动的偏微分方程, 推导出索力与频率之间的关系。当考虑斜拉索两端为铰支时可以导出^[4]:

$$T = \frac{4ml^2 f_n^2}{n} \quad (1)$$

式中: T 为索力; m 为索线密度; l 为索长度; f_n

为索第 n 阶固有频率; n 为频率阶数。

由于式(1)没有考虑斜拉索抗弯刚度的影响, 所以精度有限, 工程上应用不多。当考虑斜拉索抗弯刚度后, 在式(1)的基础上可以导出^[5]:

$$T = \frac{4ml^2 f_n^2}{n} - \frac{n^2 EI \pi^2}{l^2} \quad (2)$$

式中 EI 为斜拉索抗弯刚度。但式(2)仍然没法考虑斜拉索垂度、斜度的影响。考虑到以上两项因素在一定条件下对索力测定影响很小, 所以该公式至今在工程上仍得到广泛应用。

此后又经过众多学者的不断研究, 目前解析法推导的索力与频率之间的关系式能综合考虑斜拉索的抗弯刚度、垂度以及各种边界条件的影响, 并被写成显式的实用公式^[6], 其精度较以前大为提高, 适用范围也大大拓宽。但是, 解析法由于其推导的复杂性, 仍然无法适应一些更为复杂的情况, 如在某些斜拉桥施工过程中斜拉索与一段工具杆通过螺母连接, 或成桥后在斜拉索的某点加一个减震器等。

有鉴于此, 本文将通过有限元法求出斜拉索在给定索力下的固有频率, 然后使用样条拟合技术描述索力、频率的关系。由于有限元法与样条拟合技术已经非常成熟, 因此本文方法可以考虑斜拉索在任意支承条件下及其他各种因素的影响, 适用范围更为宽广。

1 索力、频率关系的确定

1.1 给定索力求频率

由于斜拉索索力测量时传感器压于索的上表面并拾取斜拉索在竖向平面内的振动信号,因此在进行有限元分析时可以仅考虑索在竖向平面内的振动。索结构如图1所示。

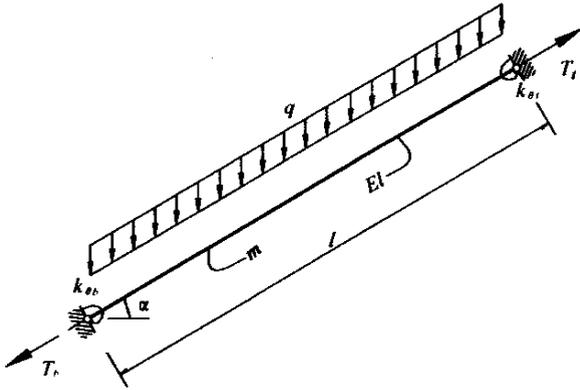


图1 索结构

图1中: k_{θ_b} 、 k_{θ_t} 为梁端、塔端索锚点转动刚度; EI 为索的抗弯刚度; m 为索线密度; α 为索倾斜的角度; l 为索长度; q 为索自重; T_b 、 T_t 为梁端、塔端索力。

在上述参数中, k_{θ_b} 、 k_{θ_t} 、 EI 、 m 需要经过标定才能准确识别出来,这将在另文中详细介绍。

采用有限元法对图1所示斜拉索进行自由振动分析,可得如下特征方程:

$$K\phi - \omega^2 M\phi = 0 \quad (3)$$

式中: M 为质量矩阵; K 为刚度矩阵, $K = K_L + K_\sigma$, K_L 为线弹性刚度矩阵(与 EI 有关), K_σ 为初应力刚度矩阵^[7](与 T_t 有关); ω 为固有圆频率, $\omega = 2\pi f$, f 为固有频率。

对于某一给定塔端(张拉端)索力,初应力刚度矩阵可通过对图1所示的斜拉索进行静力求解获取索应力后得到。求解式(3)即可得到在 T_t 作用下斜拉索的各阶固有频率 f_i ($i=1,2,\dots,n$), i 为频率阶数, n 为所考虑的最高阶频率的阶数。

1.2 索力、频率关系的样条拟合

利用解析法的实用公式初步估计测试的索力范围,在此范围内取 m 个塔端索力 T_t^j ($j=1,2,\dots,m$),利用上述方法求出各个塔端索力作用下斜拉索的各阶固有频率 f_i^j ($i=1,2,\dots,n$; $j=1,2,\dots,m$)。

对于第一阶固有频率,利用 m 个数据对 (T_t^j, f_1^j) 及样条拟合技术^[8]可以得到 T_t 与第 i 阶固有频率的

关系如下:

$$T_t = T_i(f_i) \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (4)$$

2 由实测频率求实测索力

将斜拉索各阶实测频率代入式(4)即可求得塔端实测索力。由于各种因素的影响,各阶频率下得到的索力未必完全一致,因此实测索力取平均值,即:

$$T_{\text{测}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i(f_{\text{测}}) \quad (5)$$

3 崖门大桥工程应用

崖门大桥是广东省西部沿海高速公路新会段的一座特大型桥梁,跨径组合为50 m+115 m+338 m+115 m+50 m,主桥全长668 m,是一座双塔单索面预应力混凝土斜拉桥。拉索由半平行钢丝束组成,采用HDPE热挤护套防护。共200根拉索,索长36~172 m。

3.1 索力、频率关系曲线

以崖门大桥斜拉索为研究对象,用上述方法求其索力、频率的关系。为具有一般性,现分别取一根短索、一根中长索和一根长索来研究,其结构参数见表1。它们的索力、频率关系曲线分别示于图2~图4中。

表1 索结构参数

项目	短索	中长索	长索
长度/m	40.85	104.23	165.28
线密度/(kg/m)	34.90	48.00	58.90
抗弯刚度/(kN·m ²)	340.21	598.17	837.32
倾角/(°)	55.0	31.0	26.0
边界条件	固支	固支	固支
索力下限/kN	1 885	2 624	3 564
索力上限/kN	2 485	3 224	4 164

3.2 实测索力结果

取斜拉桥施工过程中上述短索、中长索和长索的各阶实测频率,利用图2~图4求得的实测索力列于表2~表4中。为对比起见,利用解析法关系得到的实测索力及其与本文方法结果的相差百分率也列于上述表中。

从表2~表4中可以看出,本文方法与实用公式^[6]的分析结果非常接近,而与式(1)和式(2)的分析结果则有一定差异。原因分析如下:

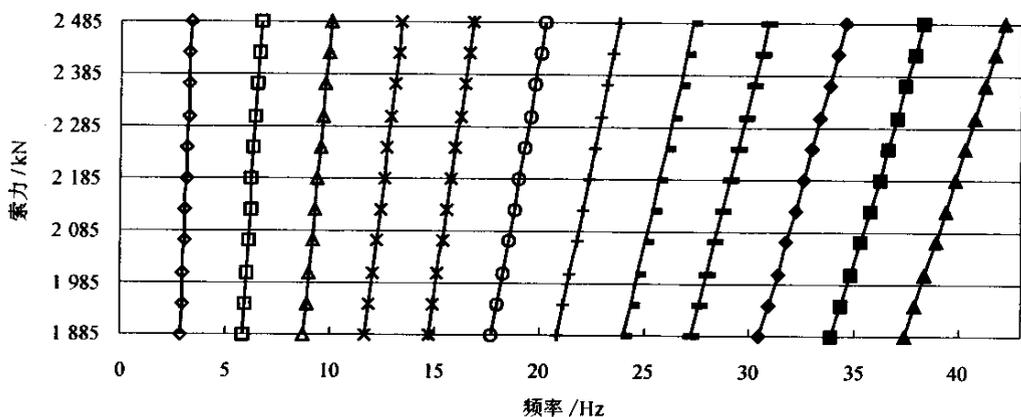


图 2 短索索力、频率关系 (自左至右分别对应第 1~12 阶频率)

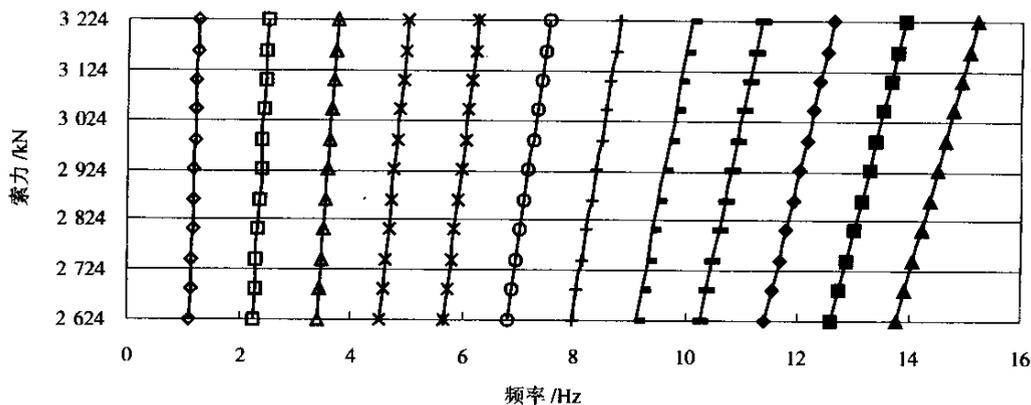


图 3 中长索索力、频率关系 (自左至右分别对应第 1~12 阶频率)

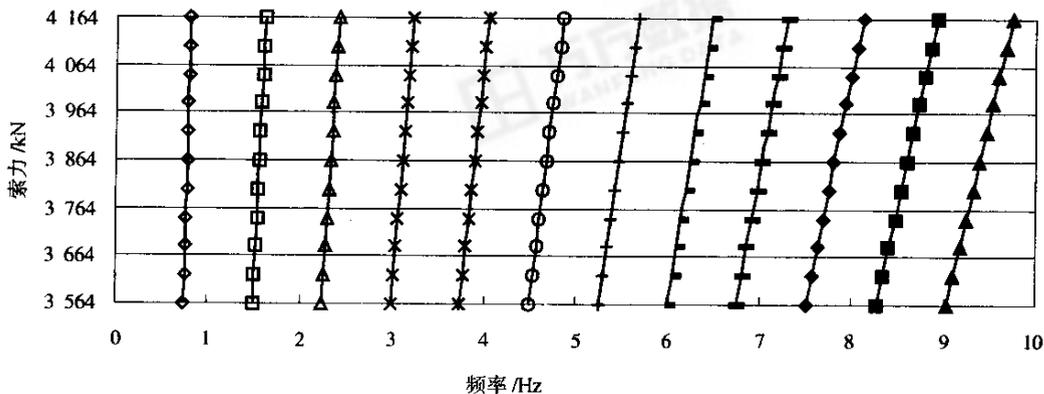


图 4 长索索力、频率关系 (自左至右分别对应第 1~12 阶频率)

(1) 式(1)是在索两端为铰支且略去索抗弯刚度前提下导出的,对于表 1 所示的斜拉索,利用式(1)得到的结果显然是偏大的,且短索时情况尤为突出;

(2) 式(2)尽管已考虑索抗弯刚度的影响,但由于该式仍基于铰支边界条件,因此相应的结果仍偏

大,但比式(1)的结果已有所改善;

(3) 实用公式^[6]考虑的因素较全面,因此其结果与本文方法结果较吻合,这也充分说明了本文方法的正确性。

表 2 短索实测索力对比 kN

频率(Hz)/阶数	实测索力			
	式(1)	式(2)	实用公式 ^[6]	本文方法
3.147 1/1	2 308	2 306	2 212	2 223
6.307 4/2	2 317	2 309	2 221	2 226
9.488 3/3	2 331	2 313	2 235	2 229
12.711 2/4	2 353	2 321	2 256	2 236
15.939 3/5	2 368	2 317	2 271	2 232
19.192 2/6	2 384	2 311	2 287	2 225
平均	2 344	2 313	2 247	2 229
相差/%	5.2	3.8	0.8	—

表 3 中长索实测索力对比 kN

频率(Hz)/阶数	实测索力			
	式(1)	式(2)	实用公式 ^[6]	本文方法
2.396 8/2	2 996	2 994	2 939	2 948
3.598 4/3	3 001	2 996	2 945	2 951
4.805 7/4	3 011	3 002	2 954	2 957
6.007 2/5	3 011	2 997	2 954	2 952
7.213 5/6	3 015	2 996	2 958	2 950
8.430 1/7	3 025	2 999	2 969	2 953
9.646 9/8	3 033	2 998	2 976	2 952
10.869 4/9	3 043	2 999	2 986	2 952
12.097 5/10	3 053	2 999	2 996	2 952
13.337 5/11	3 067	3 001	3 010	2 954
14.579/12	3 079	3 001	3 022	2 953
平均	3 030	2 998	2 974	2 952
相差/%	2.6	1.6	0.7	—

值得注意的是,本文方法并不受斜拉索边界条件及结构参数的影响,因此它的适用范围比上述实用公式更广。

4 结语

通过引入有限元法及样条拟合技术,成功地描述了斜拉索的索力、频率之间的关系。将有关成果应

表 4 长索实测索力对比 kN

频率(Hz)/阶数	实测索力			
	式(1)	式(2)	实用公式 ^[6]	本文方法
7.829 5/10	3 945	3 915	3 897	3 877
8.620 9/11	3 953	3 916	3 904	3 879
9.413 6/12	3 960	3 917	3 912	3 879
10.207 5/13	3 968	3 917	3 919	3 879
11.004/14	3 976	3 917	3 927	3 878
11.796 3/15	3 980	3 912	3 932	3 874
平均	3 964	3 916	3 915	3 878
相差/%	2.2	1.0	1.0	—

用于崖门大桥索力实测中,取得了良好效果,说明本文方法具有可靠性与实用性。

由于有限元法与样条拟合技术均具有一般性,因此本文方法并不受斜拉索的具体支承方式与结构参数的限制,大大拓宽了频率法测索力的适用范围,有较大的工程应用价值。

参考文献:

- [1] 华南理工大学城市建设研究中心. 广东省西部沿海高速公路崖门大桥施工监控工作总结[R]. 2002.
- [2] 戴诗亮. 随机振动实验技术[M]. 北京:清华大学出版社,1984.
- [3] 王卫锋,徐郁峰,韩大建,等. 崖门大桥施工中的索力测试技术[J]. 桥梁建设, 2003,(1).
- [4] 松村博,等. 斜张桥のケーブル张力计测と张力调整[J]. 桥梁と基础,1979,(8).
- [5] 林元培. 斜拉桥[M]. 北京:人民交通出版社, 1994.
- [6] 王卫锋. PC斜拉桥的施工监测[D]. 广州:华南理工大学, 2000.
- [7] 王瑁成. 有限元法基本原理和数值方法[M]. 北京:清华大学出版社,1997.
- [8] 李庆扬,王能超,易大义. 数值分析[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 1986.

大同开建 9 条干线公路连接线可增加运煤量 300 万 t

为了增加公路运煤能力,保障全国电煤的需求,针对电煤运输中源头道路不畅的状况,山西省大同市日前决定,将用 10 个月的时间新建鸦儿崖至高山(109 国道)等 9 条共 353 km 从煤矿到干线公路的连接线。整个工程预计投资 10.75 亿元,力争从 2005 年 6 月全国迎峰度夏的用电高峰期起,每年增加公路运煤量 300 万 t 以上。

大同是全国重要的煤炭基地,近年来,随着全国用煤需求的急剧增长,公路通道建设相对滞后,缺少公路连接线,使不少煤矿的煤炭积压量每年都在 300 万 t 以上。