

文章编号:1001-4179(2000)01-0052-03

大跨度桥梁动力特性近似计算分析

李 龙 安

(铁道部大桥工程局 勘测设计院,湖北 武汉 430050)

摘要:大跨度桥梁的抗震抗风设计和车桥振动分析的基础是进行结构的动力特性分析,而自振频率是反映大跨度桥梁的动力特性的关键参数。列出部分大跨度桥梁的结构特性和自振频率,给出大跨度桥梁自振频率的近似经验公式,推导出了大跨度斜拉桥基频的简化计算公式。最后,以武汉白沙洲大桥和广东伶仃洋大桥为例进行了近似计算,并与其它方法进行了比较。

关 键 词:结构特性;自振频率;近似计算;计算方法;大跨度桥梁
中图分类号: U441 **文献标识码:** A

1 概 述

大跨度桥梁(斜拉桥和悬索桥)因其经济上、结构上和建筑造型诸方面的独特优点,越来越受到开发商和设计者的青睐。现代斜拉桥发展至今已有 44 年的历史,主跨从 100 多米跃到 900 m;而现代悬索桥的建设历史至今已有 100 多年了,主跨已达 1 990 m。

随着大跨度斜拉桥和悬索桥的大规模建设,桥梁的抗震能力、抗风能力和车桥振动问题往往是设计中的主要控制因素之一。在抗震分析中,无论是采取反应谱理论还是应用时程分析法,都与结构的动力特性(自振频率、振型、阻尼)密不可分;在抗风分析中,无论是发散振动的颤振和驰振,还是限幅振动的涡激振和抖振,以及风洞试验,结构的动力特性分析都是不可缺少的;在车桥振动问题中,结构的动力特性分析更是基础。

近十几年我院承担了我国 10 余座大跨度斜拉桥和大跨度悬索桥的设计工作,在这些桥的抗震抗风设计方面作了许多研究。本文将我院设计的部分大跨度斜拉桥和悬索桥的结构设计参数和竖弯、横弯、扭转基频列表作简单介绍,对这些大跨度桥的自振特性计算采用有限单元法进行。而有限单元法在结构建模、刚度的有效等代、质量分布等效、边界条件的模拟等方面计算工作量大,在桥梁的方案设计阶段和初步设计阶段,往往时间紧,用有限单元法进行数值计算在时间上不允许。因此,建立一套适合大跨度斜拉桥和悬索桥的计算简便又有一定精度和竖向弯曲振动基频及扭转振动基频的近似计算公式十分有必要。本文在总结我院所完成的大跨度桥梁的竖弯基频和扭转基频计算的基础上,结合参考文献[1]和[2]的研究成果,得出了一基于统计资料的经验公式。

2 大跨度斜拉桥基频的近似计算公式

2.1 基于统计资料的经验公式

由参考文献[1]和[2]可知,通过国内外多座大跨度斜拉桥

的主梁竖弯基频和主梁扭转基频的统计,最终得到下列公式。

(1) 竖弯基频近似公式

$$f_{b1} = \frac{C}{L} \quad (1)$$

式中 L 为主跨跨径(m); C 为统计系数,见表 1。

表 1 斜拉桥竖弯基频的经验公式系数

辅助墩	主梁	C
无	混凝土	105
	钢	110
有	混凝土或钢	150

(2) 扭转基频的近似公式

$$f_{t1} = \frac{C}{\sqrt{L}} \quad (2)$$

式中 L 为主跨跨径(m); C 为与桥塔、主梁形状、主梁材料、索面布置有关的系数,见表 2。

表 2 斜拉桥扭转基频的经验公式系数

索 面	主梁截面形状	钢 桥	混凝土桥
平行索面	开 口	10	8
	半开口	12	12
	闭 口	17	14
斜 索 面	开 口	12	11
	半开口	14	12
	闭 口	21	17

2.2 简化计算公式

大跨度桥梁(斜拉桥)的竖弯基频和扭转基频可以简化为具有一个自由度系统的自由简谐振动和旋转振动。

2.2.1 由自由简谐振动推导竖弯基频

如图 1,一块重量为 w (质量为 $\frac{w}{g}$) 的块体,用一根弹性线螺

收稿日期:1999-10-21

作者简介:李龙安,男,铁道部大桥工程局勘测设计院,工程师。

旋簧悬挂于一支承处,弹性螺旋弹簧的弹性常数为 k ,则振动频率

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{w/g}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{s_t}}$$

式中 $s_t = \frac{w}{k}$ 为静变位,

令 $L = \frac{w}{g}$, 则 $f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{L}}$ 。

Herzog M. 根据能量法给出斜拉桥的简化计算公式:

$$f_{b2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_b}{L}} \quad (3)$$

式中 $L = \frac{w}{g}$, 为梁的单位长度质量 (kg/m); k_b 为梁的弯曲刚度系数。 k_b 的近似值为:

图1

$$k_b = \left(\frac{1}{L}\right)^4 (E_g I_g + 2 E_t I_t) + \frac{E A_c}{2 a L s} \sin^2$$

式中 L 为主跨跨径 (m); $E_g I_g$ 为主梁竖向抗弯刚度 ($N \cdot m^2$); $E_t I_t$ 为主塔顺桥向抗弯刚度 ($N \cdot m^2$); $E A_c$ 为斜拉索的抗拉刚度 (N); a 为平均索距 (m); L_s 为中跨最长拉索的长度 (m); θ 为中跨最长拉索的倾角 ($^\circ$)。

$$\text{故 } f_{b2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{L} \left[\left(\frac{1}{L}\right)^4 (E_g I_g + 2 E_t I_t) + \frac{E A_c}{2 L s} \sin^2 \right]} \quad (4)$$

2.2.2 由旋转振动推导扭转基频

如图2,一圆盘质量惯性矩为 I (绕弹性轴),用弹性轴嵌固于顶端,弹性轴的单位转角的扭矩 (旋转弹簧常数) 为 k_r ,则扭转振动频率为:

$$f_{t2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_r}{I}} \quad (5)$$

对于圆轴 $k_r = \frac{GI}{L}$

式中 G 为剪切弹性模量; J 为轴截面的扭转常数; L 为轴长度; $I = \frac{w D^2}{8 g}$ (圆盘重量为 w , 直径为 D)。

大跨度斜拉桥主梁是非圆形横截面轴, k_r 和 I 的计算较为困难。对于斜拉桥的主梁断面,主梁的扭转刚度主要来源于主梁、索、塔,其中主梁本身的抗扭刚度 GJ_d 是主要的,其次是索面提供的,塔与索是共同作用的。从力学的观点来看单索面的斜索对主梁抗扭不起作用,而采用双索面,作用于主梁上的扭矩可由斜索的正负轴力来抵抗。

图2

$$\text{故:对于单索面 } k_r = k_{r(\text{梁})} = \frac{1}{L} GJ_d$$

式中 GJ_d 为主梁的自由扭转刚度 (Nm^2); L 为主跨跨径 (m)。

对于双索面 $K_r = K_{r(\text{梁})} + K_{r(\text{索})}$

双索面的一对斜索对主梁产生的扭矩为:

$$K_{r(\text{索})} = \frac{2 E A_c b_c^2 L}{a L_s} \sin^2$$

式中 $E A_c$ 为斜拉索的抗拉刚度 (N); a 为平均索距 (m); b_c 为两侧斜索距的一半 (m); L_s 为中跨最长拉索的长度 (m); θ 为中跨最长拉索的倾角 ($^\circ$)。

大跨度斜拉桥的主梁的质量惯矩为:

$$I = M \frac{I_p}{A} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

式中 I_p 为主梁截面的极惯性矩 (m^4); A 为主梁的截面积 (m^2); M 为主梁的质量 (kg)。

$$\text{故 } f_{t2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\frac{GJ_d}{L} + \frac{2 E A_c b_c^2 L}{a L_s} \sin^2}{M I_p / A}} \quad (6)$$

3 大跨度悬索桥基频的近似计算公式

3.1 竖弯基频近似公式

3.1.1 反对称竖弯基频简化计算公式

悬索桥在常用矢跨比范围内一般是反对称的,对于中跨加劲梁为简支的悬索桥,一阶反对称竖弯频率的近似公式为:

$$f_{b1}^a = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{EI \left(\frac{2}{L}\right)^2 + Hg}{L}} \quad (7)$$

式中 L 为中跨跨径 (m); EI 为中劲梁竖向抗弯刚度 (Nm^2); $Hg = \frac{q_d L^2}{8f}$ 为恒载的主索水平拉力 (N), 其中 q_d 为结构单位长度的恒载 (N/m), f 为主缆矢高 (m); L 为桥面和主索的单位长度总质量 (kg/m); L_d 为桥面单位长度质量 (kg/m); L_c 为主缆单位长度质量 (kg/m)。

对于 500 m 以上大跨度悬索桥,加劲梁刚度 EI 和重力刚度 $Hg \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2$ 相比一般较小,若不计 EI 的贡献,则由 (7) 得:

$$f_{b1}^a = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{Hg}{L}}$$

将 $Hg = \frac{q_d L^2}{8f}$ 及 $L = \frac{q_d}{g}$ 代入得:

$$f_{b1}^a = \frac{1.11}{\sqrt{f}} \quad (8)$$

一般来说 $\frac{EI \left(\frac{2}{L}\right)^2}{Hg}$ 0.15, 偏安全地取其比值为 0.1, 则

$$f_{b2}^a = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1.1 Hg}{L}} = \sqrt{\frac{1.1 g}{8f}} = \frac{1.16}{\sqrt{f}} \quad (9)$$

3.1.2 对称竖弯基频简化计算公式

$$f_{b1}^s = \frac{0.3}{L} \sqrt{\frac{E A_c}{9.81 L}} \quad (10)$$

式中 $E A_c$ 为单根主缆抗拉刚度 (N); L 为桥面和主索的单位长度总质量 (kg/m)。

3.2 扭转基频近似公式

3.2.1 反对称扭转基频简化计算公式

$$f_{t1}^a = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{GJ_d + \frac{1}{2} H_w B_c^2}{J}} \quad (11)$$

式中 L 为主跨跨径 (m); GJ_d 为加劲梁的自由扭转刚度 ($N \cdot m^2$); H_w 为单根主缆由恒载引起的拉力的水平分量 (N); B_c 为主缆的

表3 大跨度桥梁自振频率计算结果

桥名	方法	竖弯基频 (Hz)	$\frac{f_{b2}}{f_b}$	扭转基频 (Hz)	$\frac{f_{t2}}{f_t}$
武汉白沙洲大桥(斜拉桥)	有限单元法	$f_b = 0.2827$		$f_t = 0.6647$	
	经验公式法	$f_{b1} = \frac{C}{L} = 0.2427$	0.86	$f_t = \frac{C}{\sqrt{L}} = 0.8447$	1.27
	简化计算公式法	$f_{b2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{L} [(\frac{C}{L})^4 (E_g I_g + 2 E_t I_t) + \frac{E A_c}{2 a b} \sin^2]} = 0.272$	0.96	$f_{t2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_c}{I}} = 0.824$	1.24
广东伶仃洋大桥(悬索桥)	有限单元法	$f_b^a = 0.1173, f_b^e = 0.1344$		$f_t^a = 0.3759, f_t^e = 0.2732$	
	简化计算公式法 (反对称)	$f_{b1}^a = \frac{1.11}{\sqrt{f}} = 0.088$	0.75	$f_{t1}^a = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{G J_d + \frac{1}{2} H_0 b_c^2}{J}} = 0.3175$	0.84
	简化计算公式法 (对称)	$f_{b1}^e = \frac{0.3}{L} \sqrt{\frac{E A_c}{9.81}} = 0.1182$	0.88	$f_{t1}^e = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{G J_d + 0.05256 E A_c b_c^2}{J}} = 0.386$	1.41

表4 应用公式(1)、(2)估算斜拉桥基频值及扭转频率比

桥名	竖弯基频			扭转基频			扭转频率比		
	有限元法	公式(1)	f_{b1}/f_{b2}	有限元法	公式(2)	f_{t1}/f_t	有限元法	公式(3)	/
	f_b (Hz)	f_{b1} (Hz)		f_t (Hz)	f_{t1} (Hz)		$= f_t/f_b$	$= f_{t1}/f_{b1}$	
京沪高速铁路南京长江大桥	0.2056	0.3074	1.49	0.7753	0.7700	0.99	3.77	2.50	0.66
芜湖长江大桥	0.4186	0.3526	0.84	0.8254	0.8209	0.99	1.97	2.33	1.18
武汉白沙洲大桥	0.2827	0.2427	0.86	0.6647	0.8447	1.27	2.35	3.48	1.48
夷陵长江大桥	0.2164	0.3017	1.39	0.7442	0.7505	1.01	3.44	2.49	0.72

表5 应用公式(8)、(9)、(13)、(14)估算悬索桥反对称竖弯基频值及扭转频率比

桥名	竖弯基频				扭转基频				扭转频率比		
	有限元法	公式(8)	公式(9)	$f_{b1}^a/f_b, f_{b2}^a/f_b$	有限元法	公式(13)	公式(14)	$f_{t1}^a/f_t, f_{t2}^a/f_t$	有限元法	公式法	/
	f_b (Hz)	f_{b1}^a	f_{b2}^a		f_t (Hz)	f_{t1}^a	f_{t2}^a		$= f_t/f_b$	$= f_{t1}^a/f_{b1}^a$	
西陵长江大桥	0.1151	0.1227	0.1282	1.07, 1.11	0.5058	0.3681	0.3847	0.73, 0.76	4.39	3.0	0.68
广东伶仃洋大桥	0.1173	0.088	0.092	0.75, 0.78	0.3759	0.2640	0.2759	0.70, 0.73	3.20	3.0	0.94
镇扬长江大桥	0.1450	0.088	0.092	0.61, 0.63	0.3050	0.2640	0.2759	0.87, 0.90	2.10	3.0	1.43

中心距(m); J 为单位长度总的转动惯量, $J = L_d \cdot r^2 +$

$L_c \cdot \frac{B_c^2}{4} (\text{kg} \cdot \text{m}); r$ 为加劲梁的惯性半径(m)。

3.2.2 对称扭转基频简化计算公式

$$f_{t1}^e = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{G J_d + 0.05256 E A_c b_c^2}{J}} \quad (12)$$

式中 b_c 为主缆的中心距的一半(m), J 为单位总的转动惯量($\text{kg} \cdot \text{m}$); 其余符号同前。

反对称扭转基频的近似计算公式为

$$\begin{aligned} f_{t2}^a &= \cdot f_{b1}^a \\ f_{t3}^a &= \cdot f_{b2}^a \end{aligned} \quad (13)$$

式中 \cdot 为扭转频率比。由参考文献[1]可得: 开口截面主梁, 1.3 ~ 1.5; 闭口断面的桁架加劲梁, 1.5 ~ 2.0; 闭口箱梁, 2.0 ~ 3.0(视梁高而异)。

4 算例分析

大跨度斜拉桥以武汉白沙洲大桥为例, 大跨度悬索桥以广东伶仃洋大桥为例, 验证上述公式的可行性。

应用不同公式计算上述二座桥的竖弯基频和扭转基频, 并比较其与有限元法的计算结果, 见表3。

应用公式(1)、(2)、(8)、(9)、(13)、(14)快速估算表1中各桥的基频值和扭转频率比, 并比较其与有限元法的计算结果, 见表4, 表5。

5 结论

(1) 大跨度桥梁(斜拉桥和悬索桥)的经验公式法和简化公式法在方案阶段和初步设计阶段能快速又能满足精度要求的估算出大跨度桥梁的竖弯基频和扭转基频, 为初步判断大跨度桥梁的整体抗风稳定性打下了基础。

(2) 本文系统地给出了大跨度斜拉桥的竖弯基频、扭转基频的经验公式和简化公式, 其中扭转基频的简化公式在推导过程中, 既考虑了梁的抗扭刚度, 又考虑了斜索对梁抗扭刚度的贡献, 使计算结果更趋合理。

(3) 本文系统地列出大跨度悬索桥的竖弯基频、扭转基频的对称和反对称简化公式, 对反对称竖弯基频的计算, 建议主跨1000 m以内用公式(8), 主跨1000 m以上用公式(9)。

(4) 从表5, 表6可知, 应用公式(1)、(2)、(8)、(9)、(13)、(14)快速估算大跨度桥梁的基频值和扭转频率比, 经与有限元法结果比较, 最大为1.49倍, 最小为0.58倍, 经统计分析, 平均值为0.962倍, 能满足方案设计和初步设计精度的需要。

参考文献:

- [1] 项海帆, 林志兴, 鲍卫刚. 公路桥梁抗风设计指南. 北京: 人民交通出版社, 1996.
- [2] 范立础. 桥梁抗震. 上海: 同济大学出版社, 1997.
- [3] 李国豪, 项海帆, 沈祖炎. 桥梁结构稳定与振动. 北京: 中国铁道出版社, 1992.

(编辑: 常汉生)