

公路测量中边长改化及 Gauss 投影坐标换算

汪建鸽 杨建华

(长沙交通学院交通设计研究所, 长沙市, 410076)

【摘要】 在东西向长线路的公路控制测量中, 不能忽略 Gauss 投影所产生的长度变形及点位误差。本文就此投影进行研讨, 指出导线一定要在任意的中央子午线分带中计算, 并提出在 PC-E500 计算机上坐标换算的程序设计。

【关键词】 高斯投影 坐标换算 边长改化

1 高斯投影

高斯投影就是假想用一個橫着的橢圓柱套在地球橢球體外面, 並與某一子午線相切(切線即中央子午線), 將中央子午線兩側各一定的經差範圍(1.5°或3°)投影到橢圓柱面上, 並將此柱面展為平面, 即得本投影。我國公開出版的六種基本比例尺地形圖(1:1萬……1:50萬)均採用此投影。其變形特點^[1]: ①分帶投影的中央子午線上無變形。②中央子午線之外任何一點長度比大於1, 變形值沿中央子午線兩側對稱。③同一條經線上, 緯度愈低, 變形愈大, 最大值位於赤道上。④同一條緯線上, 離中央經線愈遠, 則變形愈大, 最大值位於投影帶的邊緣。

2 线路控制测量计算

2.1 边长归算

a. 高程的影响

山岭重丘区线路测量高差大, 即基线平均水准面平行且高出参考橢球面一定距离, 应进行边长归算(平原地区可不考虑), 即将观测距离归算至参考橢球面上。图1所示, 实地测量 $N_1N_2 = S_0$ 为大地水准面距离, $N'_1N'_2$ 为参考橢球面相应的距离, 由于高程存在, 引起 $S_0 - S = \Delta S$ 误差。据参考文献[2]

$$S_0/S = (R + H_m)/R = 1 + H_m/R$$

且: $R = a \sqrt{1 + e'^2} / (1 + e'^2 \cos^2 B)$

则: $S = S_0(1 + H_m/R)^{-1}$

式中: H_m 为基线端点平均大地高程, 即 $1/2(H_1$

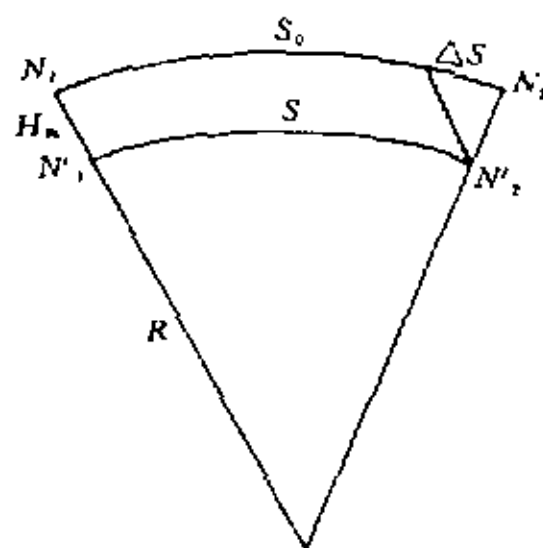


图1 边长改化

+ H_2); R 为纬度 B 处的平均曲率半径; e' 为参考橢球体第二偏心率, 即 $\sqrt{a^2 - b^2}/b$ (a, b 分别为橢球体长、短半径); B 为路线所处平均纬度。

b. 投影经差的影响

从地理纬度看, 我国主要分布在 $20^\circ \sim 50^\circ$ 之间。由长度比近似公式 $m_1 = 1 + Y^2/(2R_m^2)$ 计算得表1。由 $m_1 = (S + \Delta S)/S$ 代入得 $\Delta S = S[Y_m^2/(2R_m^2)]$, 其中: ΔS 表示长度变形, S 参考橢球面上边长, Y_m 即基线边起终点 Y 坐标分别减去 500 km 的算术平均值。

表1 计算结果表

Y/km	20°	30°	40°	50°
50	1.000 031	1.000 031	1.000 031	1.000 031
100	1.000 124	1.000 123	1.000 123	1.000 123
200	1.000 494	1.000 493	1.000 492	1.000 491

根据国家《城市测量规范》第1.0.6条, 最大长度变形不大于 2.5 cm/km 时, 则可以直接改化边长后进行平差计算, 由参考橢球面上边长改化到高斯投影面公式如下:

$$D = S + \Delta S = S[1 + Y_m^2 / (2R_m^2)]$$

2.2 坐标换带

a. 长度变形大于 2.5 cm/km 时, 则应进行任意带的坐标换算, 即确定所处路线几何中心的子午线为中央子午线, 将原已知点成果进行该任意带坐标换算, 采用考虑了高程影响的边长进行平差计算。坐标换带计算公式为: ① $B = X_0 / (a_0 \times \pi / 180) + a_1 / (a_0 \times \pi / 180) \times \sin[2X_0 / (a_0 \pi / 180)]$ (所求点之大地纬度); ② $R = a \sqrt{1 + e'^2} / (1 + e'^2 \times \cos^2 B)$ (纬度 B 处平均曲率半径); ③ $\alpha = \sqrt{1 + e'^2 \cos^4 B}$ (投影常数); ④ $\mu_B = \sin^{-1}(\sin B / \alpha)$ (等量标准纬度); ⑤ $X_\mu = R \mu_B$ (μ_B 处的子午线弧长); ⑥ $X_B \approx a_0 B \pi / 180 - a_1 \sin(2B) + a_2 \sin(4B) - a_3 \sin(6B)$ (B 处的子午线弧长); ⑦ $\Delta X = X_\mu - X_B = R \mu_B - X_B$ (二弧长之差); ⑧ $\Delta W_{\Delta L} = \pi / 180 \times \alpha \times \Delta L$ (弧度单位); ⑨ $X'_1 = (X_1 + \Delta X) / R, Y'_1 = Y_1 / R$ (横轴墨卡托投影坐标); ⑩ $X'_2 = \tan^{-1}[\sin X'_1 / (\cos X'_1 \cos \Delta W + \sinh Y'_1 \sin \Delta W)]$, $Y'_2 = \tanh^{-1}(\sinh Y'_1 \cos \Delta W - \cos X'_1 \sin \Delta W) / \cosh Y'_1$ (以高斯球面为基准的墨卡托换带坐标); ⑪ $X_2 = X'_2 R - \Delta X, Y_2 = Y'_2 R$ (换带后的高斯坐标)。其中常数: $a = 6\,378\,245, e'^2 = 6.738525415 \times 10^{-3}, a_0 = 6367558.497, a_1 = 16\,036.4803, a_2 = 16.828\,1, a_3 = 0.021\,975$ 。

b. 任意带坐标换算程序设计: 公路建设部门及施工单位广泛使用 PC-E500 计算机进行线路勘测和施工放样, 现针对该机提出一套非常适用的程序设计(见图 2)。

3 算例

我所 1998 年 8 月承担省道 1804 线岳阳至华容县老路改建设计, 该段所处平均经度为 $112^\circ 55'$, 即左偏中央经线 (114°) $1^\circ 05'$, 对应已知点换算坐标见表 2。路线总长 44.5 km, 布设 5" 导线点 83 个, 导线边长及水平观测角在此省略。按高斯标准分带投影坐标平差计算, 其角度闭合差 $f_a = 202.5'' (< 25'' \sqrt{n})$, 坐标闭合差 $\sqrt{(fx)^2 + (fy)^2} = 7.829\text{ m}$, 导线全长相对闭合差 $m/S \approx 1/6291$, 精度较差。将中央经线由 114° 移到 $112^\circ 55'$ 之后, 用任意带起终点坐标

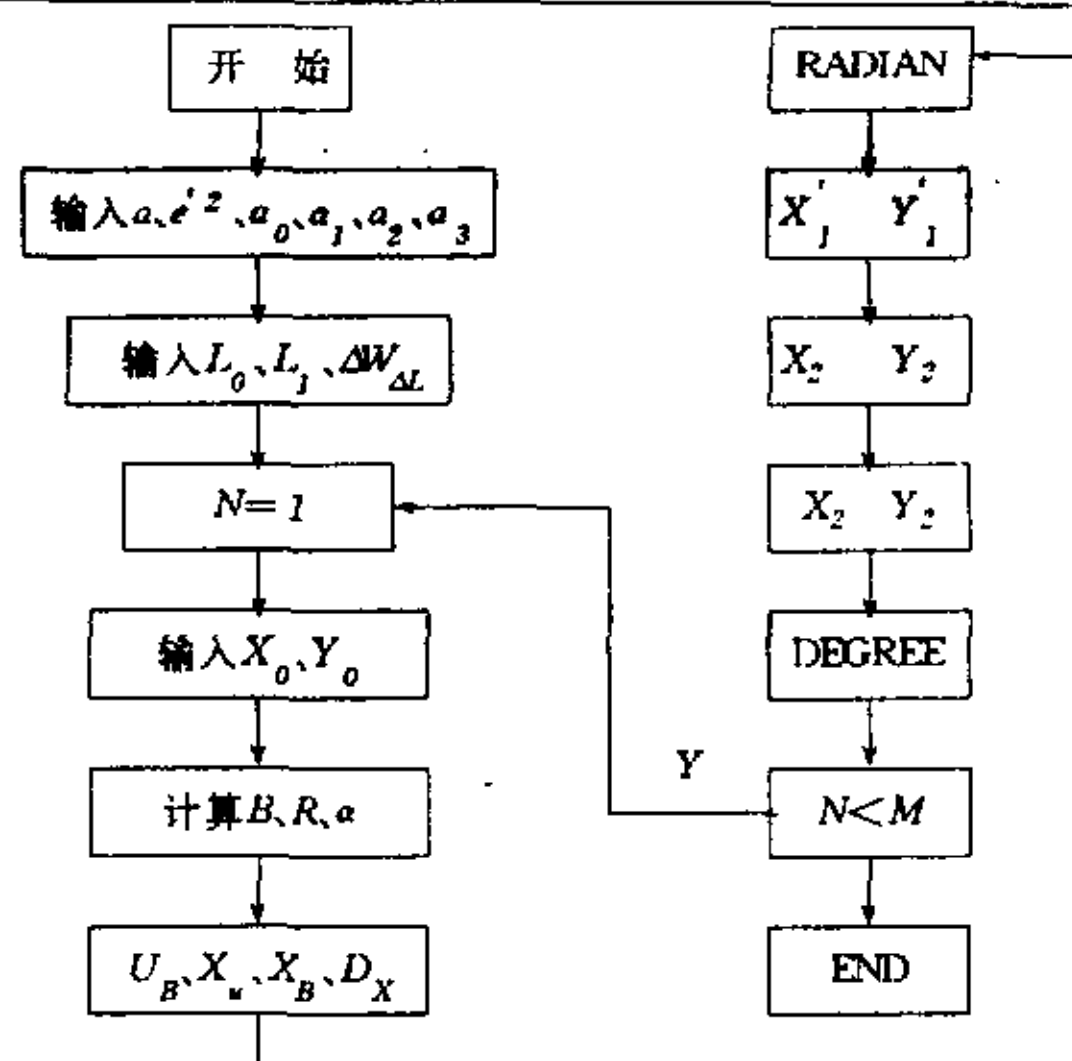


图2 任意带坐标换算程序设计

计算, 角度闭合差 $f_a = 205.9''$, 坐标闭合差 $\sqrt{(fx)^2 + (fy)^2} = 1.593\text{ m}$, 导线全长相对闭合差 $m/S \approx 1/30919$, 精度完全符合规范要求。

表2 已知点换算坐标

测站点	原带 (114°) 坐标		任意带 ($112^\circ 55'$) 坐标	
	X	Y	X	Y
黄岸队	60 214.312	402 120.172	60 207.559	522 716.835
千亩队	58 919.945	401 951.892	58 913.308	522 548.804
棉麻库	69 335.827	363 376.732	69 320.036	483 978.218
黄湖山	71 067.161	360 117.120	71 050.285	480 719.001

4 结论

路线东西向 40 km 以上的导线测量应采用独立的高斯任意带坐标系统, 大中城市绕城环线测量亦应如此, 以省去边长改化。如果建设单位另有要求, 也可以采用标准的高斯分带坐标系统, 但导线平差计算必须考虑投影差引起的边长改化, 施工图设计文件中导线成果表应特此说明; 以上所采用的公式适用于四等导线点以下的线路平差计算; 本坐标换带程序不需先由大地坐标换算成地理坐标, 再由地理坐标换算成新的直角坐标, 计算不易出错, 输入工作量小, 换带精度可控制在 0.01 m 之内。

参考文献

- 1 胡毓钺等. 地图投影. 北京: 测绘出版社, 1981
- 2 孙样元. 控制测量学. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1996
- 3 城乡建设环保部颁标准. 城市测量规范. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986