

# 回旋曲线坐标计算问题探讨

徐万鹏

(中铁十五局集团有限公司 河南洛阳 471013)

**摘要** 根据回旋曲线的特性,从回旋曲线转向角计算入手,推导了适用于计算任意线形曲线坐标的通用公式。该公式规律性强,适用于任意半径、任意线型曲线的坐标计算。

**关键词** 回旋曲线 坐标 计算 通用公式

在铁路、公路、城市立交桥工程测量中,回旋曲线统一坐标计算问题一直是一个难点。回旋曲线的作用是连接直线与圆曲线、圆曲线( $R_1$ )与圆曲线( $R_2$ )、圆曲线与另一回旋曲线。因此,在计算回旋曲线统一坐标时,除了按照常规方法,从曲率为0到曲率为定值的正向计算外,还会遇到下面2种情况:一是从较大曲率( $\rho_2$ )向较小曲率( $\rho_1$ 或0)的反向计算;二是从较小曲率( $\rho_1$ )向较大曲率( $\rho_2$ )的正向计算。这2种计算比较复杂,对小半径曲线,其计算误差不容忽视。针对这种情况,笔者采用更直观的思路,推导了一套简单、规律性强、适用于任意半径、任意线型曲线的坐标计算公式。

## 1 从曲率为零到曲率为定值的正向计算

这类曲线在铁路系统称为缓和曲线,主要用于连接直线和圆曲线或另一回旋曲线。

如图1所示,设回旋曲线上任一点 $P$ 到起点 $O$ (曲率为0)的曲线长为 $l$ ,曲线半径变更率为 $c$ ,该点在以起点 $O$ 为原点,曲线在 $O$ 点处的切线为 $x$ 轴的局部坐标系中的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l - \frac{l^5}{40c^2} + \frac{l^9}{3456c^4} - \dots \\ \frac{l^3}{6c} - \frac{l^7}{336c^3} + \frac{l^{11}}{42 \cdot 240c^5} - \dots \end{bmatrix} \quad (1)$$

(1)式是大家熟知的规律性较强的回旋曲线(缓和曲线)坐标计算公式。

## 2 从较大曲率向较小曲率的反向计算

这类计算主要用于自小半径圆曲线或曲率较大的回旋曲线向直线、大半径圆曲线或曲率较小的回旋曲线方向计算坐标,在城市立交桥工程中经常遇到。

### 2.1 反向回旋曲线偏角计算

如图2所示,设 $n$ 点为回旋曲线的终点(曲线半径为定值 $R$ ), $x$ 轴为曲线在 $n$ 点处的切线,曲线半径变更率为 $c$ ,回旋曲线上任一点 $P$ 到 $n$ 点的曲线长为 $l$ ,回旋曲线总长为 $l_0$ 。 $P$ 点对应的曲线转角 $\beta_n$ (曲线自 $n$ 点到 $P$ 点引起线路方向的改变)为

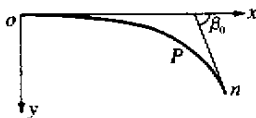


图1 缓和曲线坐标  
正向计算图式

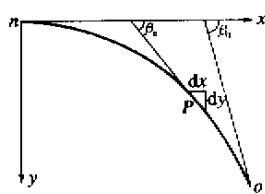


图2 回旋曲线坐标  
反向计算图式

$$\beta_n = \int_0^l d\beta = \frac{2l_0l - l^2}{2c}$$

即

$$\beta_n = \frac{l_0^2}{2c} - \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \quad (2)$$

### 2.2 反向回旋曲线的坐标计算

由图2可知,在以回旋曲线终点 $n$ 为原点的局部坐标系中,任意点 $P$ 对应的坐标增量为:

收稿日期 2001-08-30;修回日期 2002-01-11  
 作者简介 徐万鹏(1967—),男,高级工程师。1990年毕业于武汉测绘科技大学工程测量系。电话(0379)8697777

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \beta_n \\ \sin \beta_n \end{bmatrix} dl = \begin{bmatrix} \cos \left( \frac{l_0^2}{2c} - \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \right) \\ \sin \left( \frac{l_0^2}{2c} - \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \right) \end{bmatrix} dl \\ &= \begin{bmatrix} \cos \frac{l_0^2}{2c} & \sin \frac{l_0^2}{2c} \\ \sin \frac{l_0^2}{2c} & -\cos \frac{l_0^2}{2c} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \\ \sin \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \end{bmatrix} dl \end{aligned}$$

式中  $\beta_n$  为  $P$  点对应的曲线转向角,  $dl$  为曲线在  $P$  点处的弧微分。

因此,  $P$  点在该局部坐标系中的坐标为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} &= \int_0^l \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \frac{l_0^2}{2c} & \sin \frac{l_0^2}{2c} \\ \sin \frac{l_0^2}{2c} & -\cos \frac{l_0^2}{2c} \end{bmatrix} \times \int_0^l \begin{bmatrix} \cos \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \\ \sin \frac{(l_0 - l)^2}{2c} \end{bmatrix} dl \quad (3) \end{aligned}$$

将  $\cos \frac{(l_0 - l)^2}{2c}$  和  $\sin \frac{(l_0 - l)^2}{2c}$  按级数展开, 代入(3)式, 并积分可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \frac{l_0^2}{2c} & \sin \frac{l_0^2}{2c} \\ \sin \frac{l_0^2}{2c} & -\cos \frac{l_0^2}{2c} \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} l - \frac{l_0^5 - (l_0 - l)^5}{40c^2} + \frac{l_0^9 - (l_0 - l)^9}{3456c^4} - \dots \\ \frac{l_0^3 - (l_0 - l)^3}{6c} - \frac{l_0^7 - (l_0 - l)^7}{336c^3} + \dots \end{bmatrix} \quad (4) \end{aligned}$$

### 3 从较小曲率向较大曲率的正向计算

如图3所示, 连接两段圆弧的回旋曲线  $mn$  的总长为  $l_n$ , 起点  $m$  对应的曲率半径为  $R_1$ , 终点  $n$  对应的曲率半径为  $R_2$ ,  $R_1 > R_2$ , 假设自  $m$  点至曲率为0的  $o$  点的虚曲线长为  $s$ ,  $m$  点至回旋曲线上任意点  $P$  的曲线长为  $l$ 。

(1) 曲线半径变更率  $c$  的计算

由回旋曲线特性可知

$$c = R_1 s = R_2 (s + l_n)$$

$$s = \frac{l_n R_2}{R_1 - R_2}$$

则

$$c = l_n \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}$$

(2) 计算  $P$  点在以  $m$  为原点的局部坐标系中的

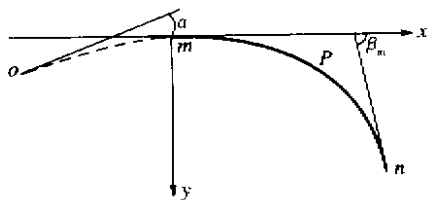


图3 回旋曲线坐标正向计算图式

坐标

由回旋曲线特性知, 图3中曲线段  $s$  对应的转向角为

$$\alpha = \frac{s}{2R_1} = \frac{s^2}{2R_1 s} = \frac{s^2}{2c} \quad (5)$$

任意点  $P$  在以  $m$  为原点的局部坐标系中的坐标, 可以经过如下过程求得:

①求  $P$  点在图1所示的以  $o$  为原点的坐标系中的坐标;

②将坐标原点平移到图3的  $m$  点;

③将平移后的坐标系旋转  $\alpha$  角。

由图3和(1)式知, 点  $m$ 、 $P$  在以  $o$  为原点的坐标系中的坐标分别为

$$\begin{bmatrix} x_{om} \\ y_{om} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s - \frac{s^5}{40c^2} + \frac{s^9}{3456c^4} - \dots \\ \frac{s^3}{6c} - \frac{s^7}{336c^3} + \frac{s^{11}}{42240c^5} - \dots \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_{op} \\ y_{op} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (l+s) - \frac{(l+s)^5}{40c^2} + \frac{(l+s)^9}{3456c^4} - \dots \\ \frac{(l+s)^3}{6c} - \frac{(l+s)^7}{336c^3} + \frac{(l+s)^{11}}{42240c^5} - \dots \end{bmatrix} \quad (7)$$

因此, 点  $P$  在以  $m$  为原点的局部坐标系中的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \left\{ \begin{bmatrix} x_{op} \\ y_{op} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{om} \\ y_{om} \end{bmatrix} \right\}$$

即

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \frac{s^2}{2c} & \sin \frac{s^2}{2c} \\ -\sin \frac{s^2}{2c} & \cos \frac{s^2}{2c} \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} l - \frac{(l+s)^5 - s^5}{40c^2} + \frac{(l+s)^9 - s^9}{3456c^4} - \dots \\ \frac{(l+s)^3 - s^3}{6c} - \frac{(l+s)^7 - s^7}{336c^3} + \frac{(l+s)^{11} - s^{11}}{42240c^5} - \dots \end{bmatrix} \quad (8) \end{aligned}$$

(下转第53页)

油滤清器之间有无漏气。先取下燃油滤清器盖,检查燃油是否充满。燃油不足时应添满,然后再起动机。在保养时,当从燃油滤清器放污塞排除水、污物和较多燃油后,也应按上述方法向燃油滤清器中添加燃油。

②检查燃油滤清器与PT泵之间有无漏气,观察油管有无泄漏,管子接头有无松脱等。

③检查PT泵各密封部位有无漏气。检查时,使发动机在怠速工况下运转,然后依次在估计可能漏气的部位滴油或用手堵住有关孔口,此时,如果观察到所滴油液被吸入泵体内或在堵住孔口后发动机转速不稳现象有所缓和,则说明被检查部位有漏气现象,应对每个密封部位逐一检查,如果漏气是垫片损坏或接头松动引起,则应更换垫片或拧紧接头。如果漏气是由于密封件失效,则需要更换新密封件。

④检查进油管路的燃油管是否有破损处,如有破损立即更换。

## 2.3 燃油滤清器故障

### (1)故障现象实例

1台D80A-12推土机(发动机为NH220-CI)启动困难、带负荷及加速时排烟异常、功率不足。

### (2)故障原因分析及预防措施

该故障是司机保养不及时所致,在打开浮子油箱放油塞时放出不少污物和水,说明供油系统不仅被污物堵塞,而且由于污物和水的进入,使燃油油质变差,这也是导致柴油机工作不正常的重要原因。

污物进入燃油系统的途径主要是添加燃油时随燃油进入系统,修理和保养时擦机布上的颗粒杂质及纤维等留在零部件上,外部沙尘等通过燃油系统各部位孔口进入。杂质聚集较多会堵塞进油管路,燃油流通不畅,从而影响发动机正常工作,而且颗粒

杂质混入燃油后进入相对运动零件之间的间隙,会使零件在相对运动时发生阻滞。此外,杂质的进入会造成电磁阀关闭不严,使柴油渗漏到燃烧室并流入到油底壳,造成启动困难和其它故障。因此添加燃油时应使用清洁的工具,定期清洗或更换燃油滤清器滤芯,并按规定清洗PT泵中的滤网。对于装有浮子油箱的发动机应经常打开浮子油箱的放油塞,排除杂物和水,浮子油箱上的通气孔要保持清洁。由于浮子油箱位置较低,保养比较困难,因此对浮子油箱的保养在实际工作中常被忽略。

水混入燃油可能是由于油中含有水或在添加燃油时带入的,也可能是在机器每次工作后未及时加油而引起的。当燃油箱未充满燃油时,由于夜间温度下降,空气中水蒸汽便在油箱内壁冷凝成水混入燃油中。因此在每班作业完毕停机后应及时将油箱加满燃油。此外盛装燃油的容器一定要注意密封,以防止雨水漏入。为排除已进入油中的水,在每班工作前要拧开油箱下面的放油开关排除沉淀的水,还可以打开燃油滤清器下面的排污塞(若滤清器有此装置)将沉积的水排出。

### (3)排除方法

在确认进气系统空气滤清器通气良好,进气管路无阻塞后,查供油系统发现燃油滤清器堵塞严重,经清洗燃油箱、浮子油箱及滤清器后机器恢复正常。

## 3 小结

燃油系统是发动机的重要组成部分,直接影响发动机的工作性能,也是发动机故障的常发部分,加强日常维护和保养是保证燃油系统正常工作的关键。笔者仅就实际工作中燃油系统常发生故障列举3例,以期在实际应用中引起操作人员关注。

(上接第51页)

## 4 线路统一坐标计算

前面推导的公式,都以曲线向右偏转为准。如果曲线向左偏,容易看出坐标计算公式不变,只是Y坐标取“-”号。

如果顾及曲线的偏转方向,由(1)(4)(8)式可以看出(1)(4)式都是(8)式的特殊形式。在图3中选取不同的m点,并对坐标系进行适当旋转,总能由(8)式推导出(1)式或(4)式。可见(8)式是一种通用公式。

在工程施工中,经常遇到由直线、圆曲线、各类回旋曲线组成的复杂线型,如“卵”型曲线等。圆曲线的局部坐标及圆曲线对应的转向角很容易计算,由图1、图2、图3知,3种形式回旋曲线对应的曲线总转向角,可分别由 $\beta_0 = \frac{l_0^2}{2c}$ (用于曲率由0变到定值,或曲率由定值变到0的曲线)或 $\beta_m = \frac{(l_n + s)^2 - s^2}{2c}$ (用于曲率由 $\rho_1$ 变到 $\rho_2$ 的曲线)精确

(下转第64页)

## 5 政府对工程造价改革的干预是必要的

由于施工经济的局限性,在建筑安装工程造价改革中,政府有进行适度干预的必要,实行“控制量、指导价、竞争费”的宏观调控。

(1)改变国家对建筑安装工程造价定额管理的方式,实行“量”、“价”分离。国家对定额的人工、材料、机械等消耗的水平要控制住,为合理确定和有效控制建筑安装工程造价提供依据。为此,要制订全国统一的基础定额,主要作为全国统一、地区统一、专业统一概算定额的基础。制定时,要做到定额项目划分、计量单位、工程量计算规则、编码等方面的统一,并向国际惯例靠拢,以利于建立国内统一的建筑市场和适应对外开放的需要。同时,须将工程实体消耗量和周转性材料、机具等施工手段消耗量相分离,以利于施工企业在施工方面的竞争。

(2)改革现行定额人工单价、材料预算价格的编制办法。人工单价的确定由各专业、各地区在一定时期内按企业实际发放的平均工资,并按规定加上相应的工资性补贴后计算。编制材料预算价格时,将材料单价和运杂费、采购保管费分离。单价按各地市场或销售部门一定时间内的销售量和销售价综合取定,运杂费、采购保管费依据工程的情况确定,

(上接第 53 页)

求得。因此,求得回旋曲线和圆曲线的局部坐标后,经过坐标平移和旋转,可很容易求得各类曲线在施工坐标系下的统一坐标,为施工测量提供依据。

## 5 结语

(1)本文推导的公式规律性强,能满足各种线形和任意半径曲线的坐标计算。所推公式不仅易于电脑编程运算,另外,合理运用计算器的极坐标与直角坐标的转换功能,也容易实现计算器编程运算。笔者自 1992 年至今,利用该计算模型,配以 CASIO fx-3800P 计算器,用程序来计算线路的统一坐标,圆满完成了南昆铁路、神延铁路、3 座城市立交桥等多项工程的测量任务。

(2)关于此类公式中指数的取位问题,建议以三角函数之级数展开式为依据。即  $x$  按  $l^1$ 、 $l^5$ 、 $l^9$ ,  $y$  按  $l^3$ 、 $l^7$ 、 $l^{11}$  取值,以满足不同精度的计算需要。

(3)小半径曲线、高速公路、高速铁路等对计算

机械台班单价也要进行改进,缩短折旧年限,减少一次性大修,同时随着单价、大修费、经常维修费等变化制定相应的调整办法。

对人工单价、设备材料预算价格和施工机械台班价格,由国家工程造价主管部门定期发布信息,为基层提供服务。企业可以根据自己的情况,确定人工单价、材料价格、施工机械台班单价。

(3)将现行其它直接费、施工管理费和其它间接费予以合并,向国际一般做法靠拢,把上述费用分解为现场发生的费用和企业经营性费用 2 部分。现场经费可针对不同企业等级、承包范围制定计划指导性费率。对于招标工程,承包企业可根据统一的费用项目划分,依据自身情况确定投标费率。

## 6 结论

在市场经济条件下,必须重新规范过去的工程预算定额,使之适应市场经济的运作规律。

计划经济下企业的许多职能由政府承担,企业的交易成本低,政府的行政管理成本高,市场经济条件下的建筑施工企业交易成本提高了,劳动定额却没有大的改变,因此,重新规范适应于市场经济条件下的劳动定额是当前亟待解决的问题。

精度要求较高的工程, $x$  坐标建议取至不低于  $l^9$ ,  $y$  坐标建议取至不低于  $l^{11}$ 。比如在城市立交桥工程中,个别匝道半径不足 30 m,指数位取得太低就无法保证计算的精度。

## 参考文献

- 1 李青岳,陈永奇.工程测量学.北京:测绘出版社,1997
- 2 王玉富.测绘应用数学基础.北京:测绘出版社,1994
- 3 徐万鹏,郑风华.曲线测设通用公式及自由测站法测设曲线.铁道工程学报,1998(2)
- 4 许勇.曲线测设广义公式及其应用.北京:中国铁道出版社,1994
- 5 杨存吉,李全信.线路中线测设的统一数学模型.测绘通报,2001(2)
- 6 李孟山,李少元.计算公路匝道点位坐标的复化辛普森公式.测绘通报,2000(1)
- 7 贺国宏.线性计算的通用模型及其在铁道工程中的应用.铁道学报,1997(4)
- 8 叶松林.道路卵形回旋线任意点坐标及方位角的计算方法.测绘通报,1999(3)